

Übungsblatt 8: Logik (SS 2017)

Abgabe: Freitag, 9. Juni, 15:30

Abgabekästen neben Raum 34-401.7 (bei AG Softwaretechnik)

Bitte geben Sie zu dritt ab.

Zwischenklausur: Die Zwischenklausur findet am Montag, 19.06.2017 um 19:00 Uhr in Raum 46-220 statt. Sie können sich im STAT-System für die Zwischenklausur an- bzw. abmelden. Wenn Sie für die Übung registriert sind, sollten Sie bereits automatisch angemeldet sein.

Aufgabe 1 Davis-Putnam-Verfahren

a) Prüfen Sie mit dem Davis-Putnam-Verfahren, ob folgende Formel eine Tautologie ist:

$$\left((p \wedge q) \vee (q \rightarrow r) \right) \vee \neg(t \rightarrow \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q)$$

b) Prüfen Sie mit dem Davis-Putnam-Verfahren, ob folgende Formel erfüllbar ist:

$$\neg p \wedge (\neg t \vee q \vee p) \wedge (\neg s \vee \neg q) \wedge (s \vee \neg q \vee t) \wedge (r \vee \neg p) \wedge \neg r \wedge (\neg s \vee \neg q \vee s)$$

Aufgabe 2 Pure-Literal Regel im Davis-Putnam Verfahren

a) Zeigen Sie, dass die Pure-Literal Regel für Formeln in NNF korrekt ist: Kommt eine Variable $p \in V$ in Formel A (A in NNF) nur positiv vor, dann ist $A[p/1]$ erfüllbar gdw. A erfüllbar ist.

Der Fall für Variablen, die nur negativ vorkommen ist analog und muss nicht gezeigt werden.

b) Zeigen Sie: Wenn A nicht in NNF ist, gilt die Aussage aus a) nicht immer.

Aufgabe 3 Resolventenmethode

a) Prüfen Sie mit der Resolventenmethode, ob folgende Folgerung gilt:

$$p \rightarrow q, p \rightarrow r, q \leftrightarrow \neg r \models \neg p$$

b) Prüfen Sie mit der Resolventenmethode, ob folgende Formel erfüllbar ist:

$$(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg r \vee \neg p \vee q) \wedge (q \vee r) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (q \vee t) \wedge (\neg t \vee p \vee \neg q)$$

Aufgabe 4 Prädikatenlogik

Wir betrachten in dieser Aufgabe einen Datenbereich, welcher natürliche Zahlen und Listen von natürlichen Zahlen umfasst. Gegeben sind dazu die folgenden Prädikate und Funktionen:

Prädikat	Bedeutung
$list(x)$	wahr gdw. x eine Liste ist
$number(x)$	wahr gdw. x eine natürliche Zahl ist
$x < y$	wahr gdw. $x, y \in \mathbb{N}$ und $x < y$
$x \leq y$	wahr gdw. $x, y \in \mathbb{N}$ und $x \leq y$

Funktion	Bedeutung
$length(l)$	Liefert die Länge der Liste l (bzw. 0, wenn l keine Liste ist)
$elem(l, i)$	Liefert das Element an Position i in der Liste l (bzw. 0 wenn l keine Liste ist, oder i keine natürliche Zahl zwischen 0 und $length(l)-1$ ist). Das erste Element steht an Position 0.
$x + y$	Liefert das Ergebnis der Addition (bzw. 0, wenn $\{x, y\} \not\subseteq \mathbb{N}$)
$x - y$	Liefert das Ergebnis der Subtraktion (bzw. 0, wenn $\{x, y\} \not\subseteq \mathbb{N}$ oder $y > x$)
0	Die Zahl $0 \in \mathbb{N}$
1	Die Zahl $1 \in \mathbb{N}$

Modellieren Sie die folgenden Aussagen mit der Prädikatenlogik und verwenden Sie dabei nur die oben definierten Prädikate und Funktionen:

- Die Liste l ist aufsteigend sortiert.
- Es gibt eine Zahl, die mindestens zwei mal in der Liste l vorkommt.
- Die Liste l_1 enthält alle Zahlen, die auch in l_2 enthalten sind (d.h. eventuell auch noch mehr).
- Die Liste l_1 kommt als Teilliste in l_2 vor.