Prof. Dr. A. Poetzsch-Heffter
Peter Zeller, M. Sc.

TU Kaiserslautern
Fachbereich Informatik
AG Softwaretechnik

Übungsblatt 7: Logik (SS 2017)

Bearbeitung in der Übung am 26./29./30. Mai
Beachten Sie die Ersatztermine!

Aufgabe 1 Tableaux: Lemma von Hintikka

Beweisen Sie das Lemma von Hintikka (Folie 76):
Sei $\Theta \subseteq F$ vollständig. Dann gilt: Θ ist erfüllbar gdw. Θ ist offen.

Sie können im Beweis annehmen:

- Für eine α-Formel gilt immer: $\mathcal{B}_\psi(\alpha) = min\Big(\mathcal{B}_\psi(\alpha_1), \mathcal{B}_\psi(\alpha_2)\Big)$
- Für eine β-Formel gilt immer: $\mathcal{B}_\psi\big(\beta\big) = max\Big(\mathcal{B}_\psi\big(\beta_1\big), \mathcal{B}_\psi\big(\beta_2\big)\Big)$

Hinweis: Die Vorlesungsfolien enthalten eine Beschreibung des Beweisansatzes:

Abgeschlossene Mengen sind per Definition unerfüllbar.

Für die Rückrichtung sei Θ eine vollständige und offene Menge.
Definiere

$$\psi(p) := \begin{cases} 0 & \neg p \in \Theta \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die Variablenbelegung ψ ist wohldefiniert.
Zeige mit Noetherscher Induktion nach der Länge der Formeln, dass $\mathcal{B}_\psi(A) = 1$ für alle $A \in \Theta$.

Aufgabe 2 Disjunktive Normalform (DNF)

Geben Sie für die folgende Formel eine äquivalente Formel in diskunktiver Normalform (DNF) an:

$$\neg a \wedge \big(\neg b \rightarrow (a \vee \neg c)\big)$$

Erstellen Sie dazu ein Tableaux und lesen Sie daran die Formel in DNF ab (wie in der Vorlesung Folie 69).

Aufgabe 3 Negationsnormalform (NNF)

a) Geben Sie zur folgenden Formel eine äquivalente Formel in Negationsnormalform (NNF) an:

$$\neg\Big(a \vee \big(b \wedge (b \rightarrow c)\big)\Big)$$

b) *Zusatzaufgabe:* Beweisen Sie:

Zu jeder Formel $A \in F_{\{\neg,\wedge,\vee,\rightarrow\}}$ gibt es $A' \in F_{\{\neg,\wedge,\vee\}}$ in NNF mit $A \models\mid A'$ und $|A'| \leq 2 \cdot |A|$.

Siehe auch: Lemma 3.13 aus der Vorlesung, Folie 90.