Prof. Dr. A. Poetzsch-Heffter
Peter Zeller, M. Sc.

TU Kaiserslautern
Fachbereich Informatik
AG Softwaretechnik

Übungsblatt 3: Logik (SS 2017)

Bearbeitung in der Übung am 27./28. April

Aufgabe 1 Boolsche Funktionen

Beweisen Sie die folgende Aussage:

Sei $n \in \mathbb{N}_0$ und $f : \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$ eine Boolsche Funktion. Außerdem seien $p_1, \ldots, p_n$ verschiedene Variablen. Dann gibt es eine aussagenlogische Formel $A \in F$, so dass für jede Belegung ψ gilt: $f(\psi(p_1), \ldots, \psi(p_n)) = \mathcal{B}_\psi(A)$.

Aufgabe 2 Vollständige Operatormengen

Beweisen Sie mit struktureller Induktion, dass $\{\neg, \rightarrow\}$ eine vollständige Operatormenge ist.

Sie können im Beweis annehmen, dass $\{\neg, \wedge\}$ eine vollständige Operatormenge ist.

Aufgabe 3 Strukturelle Induktion

Sei F' eine Menge von Formeln, die wie folgt induktiv definiert ist:

1. Variablen und negierte Variablen sind enthalten: Für $i \in \mathbb{N}$ ist $p_i \in F'$ und $(\neg p_i) \in F'$.
2. Wenn $A \in F'$ und $B \in F'$, dann ist auch $(A \wedge B) \in F'$.

Beweisen Sie, dass es eine Formel $A \in F$ gibt, für die es keine logisch äquivalente Formel $A' \in F'$ gibt.